সপ্তম অধ্যায়

অসীম ধারা

Infinite Series

নবম–দশম শ্রেণির গণিতে অনুক্রম ও সসীম ধারা সম্পর্কে বিশদ আলোচনা করা হয়েছে। অনুক্রম ও অসীম ধারার মধ্যে একটা প্রত্যক্ষ সম্পর্ক রয়েছে। অনুক্রমের পদগুলোর পূর্বে '+' চিহ্ন যুক্ত করে অসীম ধারা পাওয়া যায়। এ অধ্যায়ে অসীম ধারা নিয়ে আলোচনা করা হবে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

- ➢ অনুক্রমের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ➢ অসীম ধারা চিহ্নিত করতে পারবে।
- ➢ অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি থাকার শর্ত ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ➢ অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয় করতে পারবে।
- ➢ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারায় প্রকাশ এবং সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করতে পারবে।

অনুক্রম

নিচের সম্পর্কটি লক্ষ করি :

$$\begin{array}{cccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots & n & \cdots\cdots\cdots\cdots \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\
1 & 4 & 9 & 16 & 25 & \cdots\cdots\cdots\cdots & n^2 & \cdots\cdots\cdots\cdots
\end{array}$$

এখানে প্রত্যেক স্বাভাবিক সংখ্যা n এর সঙ্গে n এর বর্গ n^2 সম্পর্কিত। অর্থাৎ স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots.\}$ থেকে একটি নিয়মের মাধ্যমে তার বর্গ সংখার সেট $\{1, 4, 9, 16, \ldots\ldots.\}$ পাওয়া যায়। এই সাজানো বর্গসংখ্যার সেটটি একটি অনুক্রম। সুতরাং, কতকগুলো রাশি একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম (Sequence) বলা হয়।

উপরের সম্পর্কটিকে ফাংশন বলে এবং $f(n) = n^2$ লিখা হয়। এই অনুক্রমের সাধারণ পদ n^2. যেকোনো অনুক্রমের পদসংখ্যা অসীম। অনুক্রমটি সাধারণ পদের সাহায্যে লিখার পদ্ধতি হলো $\{n^2\}, n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$ বা, $\{n^2\}_{n=1}^{+\infty}$ বা, $\{n^2\}$.

অনুক্রমের প্রথম রাশিকে প্রথম পদ, দ্বিতীয় রাশিকে দ্বিতীয় পদ, তৃতীয় রাশিকে তৃতীয় পদ ইত্যাদি বলা হয়। উপরে বর্ণিত $1, 4, 9, 16, \ldots\ \ldots$ অনুক্রমের প্রথম পদ $= 1$, দ্বিতীয় পদ $= 4$, ইত্যাদি।

নিচে অনুক্রমের চারটি উদাহরণ দেওয়া হলো :

$\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2^2}, \quad \frac{1}{2^3}, \quad \frac{1}{2^4}, \ldots\ldots\ldots\ldots, \frac{1}{2^n}, \ldots\ldots\ldots\ldots$

$3, \quad 1, \quad -1, -3, \ldots\ldots\ldots\ldots, (5-2n), \ldots\ldots\ldots$

$1, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \frac{n}{2n-1}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{10}, \frac{1}{17}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \frac{1}{n^2+1}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

কাজ : ১। নিচের অনুক্রমগুলোর সাধারণ পদ নির্ণয় কর :

$(i)\ \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{4}{5}, \ldots\ldots \qquad (ii)\ \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \ldots\ldots$

$(iii)\ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2^3}, \frac{4}{2^4}, \ldots\ldots \qquad (iv)\ 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \ldots\ldots.$

২। প্রদত্ত সাধারণ পদ হতে নিচের অনুক্রমগুলো লেখ :

$(i)\ 1+(-1)^n \quad (ii)\ 1-(-1)^n \quad (iii)\ 1+\left(-\frac{1}{2}\right)^n \quad (iv)\ \frac{n^2}{\sqrt[n]{\pi}} \quad (v)\ \frac{\ln n}{n} \quad (vi)\ \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

৩। তোমরা প্রত্যেকে একটি করে অনুক্রমের সাধারণ পদ লিখে অনুক্রমটি লেখ।

ধারা

কোনো অনুক্রমের পদগুলো পরপর '+' চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে একটি ধারা (Series) পাওয়া যায়। যেমন, $1+4+9+16+\ldots\ldots.$ একটি ধারা। আবার $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots\ldots..$ একটি ধারা। এর পরপর দুইটি পদের অনুপাত সমান। সুতরাং, যেকোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মধ্যে সম্পর্কের উপর নির্ভর করে ধারাটির বৈশিষ্ট্য। ধারাগুলোর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ একটি ধারা হলো গুণোত্তর ধারা। আবার, কোন ধারার রাশি বা পদের সংখ্যার উপর নির্ভর করে ধারাকে দুইভাবে ভাগ করা যায়। যথা–

(i) সসীম ধারা (Finite Series), (ii) অসীম ধারা (Infinite Series)

সসীম ধারাকে সান্ত ধারা এবং অসীম ধারাকে অনন্ত ধারাও বলা হয়।

সসীম ধারা সম্পর্কে নবম–দশম শ্রেণির গণিতে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে অসীম ধারা সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

অসীম ধারা (Infinite Series)

বাস্তব সংখ্যার একটি অনুক্রম $u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots\ldots, u_n, \ldots\ldots\ldots$ হলে $u_1+u_2+u_3+\ldots\ldots+u_n+\ldots\ldots\ldots$ কে বাস্তব সংখ্যার একটি অসীম ধারা বলা হয়। এই ধারাটির n তম পদ u_n ।

অসীম ধারার আংশিক সমষ্টি (Partial Sum of Infinite Series)

$u_1+u_2+u_3+u_3+\ldots\ldots\ldots+u_n+\ldots\ldots\ldots$ অনন্ত ধারার

১ম আংশিক সমষ্টি $S_1 = u_1$

২য় আংশিক সমষ্টি $S_2 = u_1 + u_2$

৩য় আংশিক সমষ্টি $S_3 = u_1 + u_2 + u_3$

....

....

$\therefore$ n তম আংশিক সমষ্টি $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ...u_n$ অর্থাৎ, কোনো অসীম ধারার n তম আংশিক সমষ্টি হচ্ছে ধারাটির প্রথম n সংখ্যক $(n \in N)$ পদের সমষ্টি।

উদাহরণ ১। প্রদত্ত অসীম ধারা দুইটির আংশিক সমষ্টি নির্ণয় কর।

(ক) $1+2+3+4+...........$

(খ) $1-1+1-1+.............$

সমাধান : (ক) ধারাটির প্রথম পদ $a=1$ এবং সাধারণ অন্তর $d=1$. অতএব ধারাটি একটি সমান্তর ধারা।

$\therefore$ সমষ্টি $S_n = \frac{n}{2}\{2\cdot 1 + (n-1)\cdot 1\}$ $\quad [\because S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}]$

$$= \frac{n}{2}\{2+n-1\}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

উপরের উদাহরণে n এর বিভিন্ন মান বসিয়ে পাই,

$$S_{10} = \frac{10\times 11}{2} = 55$$

$$S_{1000} = \frac{1000\times 1001}{2} = 500500$$

$$S_{100000} = \frac{100000\times 100001}{2} = 5000050000$$

....

....

এক্ষেত্রে, n এর মান যত বড় করা হয়, S_n এর মান তত বড় হয়। সুতরাং প্রদত্ত অসীম ধারাটির কোনো সমষ্টি নাই।

সমাধান : (খ) $1-1+1-1+.............$ অসীম ধারাটির

১ম আংশিক সমষ্টি $S_1 = 1$

২য় আংশিক সমষ্টি $S_2 = 1-1 = 0$

৩য় আংশিক সমষ্টি $S_3 = 1-1+1 = 1$

৪র্থ আংশিক সমষ্টি $S_4 = 1-1+1-1 = 0$

....

....

উপরের উদাহরণ থেকে দেখা যায় যে, n বিজোড় সংখ্যা হলে n তম আংশিক সমষ্টি $S_n = 1$ এবং n জোড় সংখ্যা হলে n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = 0$.

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, প্রদত্ত ধারাটির ক্ষেত্রে, এমন কোনো নির্দিষ্ট সংখ্যা পাওয়া যায় না যাকে ধারাটির সমষ্টি বলা হয়।

অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি (Sum of Infinite Geometric Series)

$a+ar+ar^2+ar^3+\ldots\ldots\ldots\ldots$ গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r.

সুতরাং, ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$, যেখানে $n \in N$ এবং $r \neq 1$ হলে ধারাটির n তম আংশিক সমষ্টি

$$S_n = a+ar+ar^2+ar^3+\ldots\ldots\ldots\ldots+ar^{n-1}$$

$$= a\cdot\frac{r^n-1}{r-1}, \text{ যখন } r>1$$

এবং $S_n = a\cdot\dfrac{1-r^n}{1-r}$, যখন $r<1$

লক্ষ করি :

(i) $|r|<1$ হলে, অর্থাৎ, $-1<r<1$ হলে, n এর মান বৃদ্ধি করলে ($n\to\infty$ হলে) $|r^n|$ এর মান হ্রাস পায় এবং n এর মান যথেষ্ট বড় করলে $|r^n|$ এর মান 0 এর কাছাকাছি হয়। অর্থাৎ r^n এর প্রান্তীয় মান (Limiting Value) 0 হয়। ফলে S_n এর প্রান্তীয় মান,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{r^n}{1-r}$$

$$= \frac{a}{1-r}$$

এক্ষেত্রে, $a+ar+ar^2+\ldots\ldots$ অসীম ধারাটির সমষ্টি $S_\infty = \dfrac{a}{1-r}$

(ii) $|r|>1$ হলে, অর্থাৎ, $r>1$ অথবা $r<-1$ হলে, n এর মান বৃদ্ধি করলে $|r^n|$ এর মান বৃদ্ধি পায় এবং n কে যথেষ্ট বড় করে $|r^n|$ এর মান যথেষ্ট বড় করা যায়। সুতরাং এমন কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা S পাওয়া যায় না, যাকে S_n এর প্রান্তীয় মান ধরা যায়।

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে অসীম ধারাটির কোনো সমষ্টি নাই।

(iii) $r=-1$ হলে, S_n এর প্রান্তীয় মান পাওয়া যায় না।

কেননা, n জোড় সংখ্যা হলে $(-1)^n=1$ এবং n বিজোড় সংখ্যা হলে $(-1)^n=-1$

এক্ষেত্রে ধারাটি হবে, $a-a+a-a+a-a+\ldots\ldots$

সুতরাং, এই অসীম ধারাটির কোনো সমষ্টি নাই।

$|r|<1$ অর্থাৎ, $-1<r<1$ হলে, $a+ar+ar^2+\ldots\ldots$ অসীম গুণোত্তর ধারাটির সমষ্টি $S=\dfrac{a}{1-r}$.

r এর অন্য সকল মানের জন্য অসীম ধারাটির সমষ্টি থাকবে না।

মন্তব্য : অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টিকে (যদি থাকে) S_∞ লিখে প্রকাশ করা হয় এবং একে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বলা হয়।

অর্থাৎ, $a+ar+ar^2+ar^3+............$ গুণোত্তর ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\dfrac{a}{1-r}$, যখন $|r|<1$

> **কাজ:** ১। নিচের প্রত্যেক ক্ষেত্রে একটি অসীম গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r দেওয়া আছে। ধারাটি লিখ এবং যদি এর অসীমতক সমষ্টি থাকে তাহাও নির্ণয় কর :
>
> $(i)\ a=4, r=\dfrac{1}{2}$ $\quad (ii)\ a=2, r=-\dfrac{1}{3}$ $\quad (iii)\ a=\dfrac{1}{3}, r=3$
>
> $(iv)\ a=5, r=\dfrac{1}{10^2}.$ $\quad (v)\ a=1, r=-\dfrac{2}{7}$ $\quad (vi)\ a=81, r=-\dfrac{1}{3}.$
>
> ২। তোমরা প্রত্যেকে একটি করে অসীম গুণোত্তর ধারা লিখ।

উদাহরণ ২। নিচের অসীম গুণোত্তর ধারার অসীমতক সমষ্টি (যদি থাকে) নির্ণয় কর।

(১) $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^3}+\dfrac{1}{3^4}+.........$

(২) $1+0\cdot1+0\cdot01+0\cdot001..........$

(৩) $1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}+\dfrac{1}{4}+.........$

সমাধান (১) : এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a=\dfrac{1}{3}$ এবং সাধারণ অনুপাত $r=\dfrac{1}{3^2}\times\dfrac{3}{1}=\dfrac{1}{3}<1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\dfrac{a}{1-r}$

$$=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$$

সমাধান (২) : এখানে, প্রথম পদ $a=1$ এবং সাধারণ অনুপাত $r=\dfrac{0\cdot1}{1}=\dfrac{1}{10}<1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\dfrac{a}{1-r}=\dfrac{1}{1-\frac{1}{10}}=\dfrac{10}{9}=1\dfrac{1}{9}$

সমাধান (৩) : এখানে, প্রথম পদ $a=1$, সাধারণ অনুপাত $\mathrm{r}=\dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}<1$

$\therefore$ ধারাটির অসীমতক সমষ্টি, $S_\infty=\dfrac{a}{1-r}=\dfrac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=3.414$ (আসন্ন)

পৌণ:পুণিক দশমিকের সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর

উদাহরণ ৩। (ক) : $0\cdot\dot{5}=0\cdot555..........$

$=0\cdot5+0\cdot05+0\cdot005+..........$

ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা যার ১ম পদ $a=0\cdot5$ এবং সাধারণ অনুপাত $r=\dfrac{0\cdot05}{0\cdot5}=0.1$

$$\therefore 0\cdot\dot{5}=\frac{a}{1-r}=\frac{0\cdot5}{1-(0\cdot1)}=\frac{0\cdot5}{0\cdot9}=\frac{5}{9}$$

(খ) $\cdot\dot{1}\dot{2}=\cdot12121212..........$

$=\cdot12+\cdot0012+\cdot000012+..........$

এই অসীম গুণোত্তর ধারাটির ১ম পদ $a=\cdot12$ এবং সাধারণ অনুপাত $r=\dfrac{\cdot0012}{\cdot12}=\cdot01$

$$\therefore\ \cdot\dot{1}\dot{2}=\frac{a}{1-r}=\frac{\cdot12}{1-(\cdot01)}=\frac{\cdot12}{\cdot99}=\frac{4}{33}$$

(গ) $1\cdot\dot{2}3\dot{1}=1\cdot231231231..........$

$=1+(\cdot231+\cdot000231+\cdot000000231+..........)$

এখানে, বন্ধনীর অভ্যন্তরের ধারাটি একটি অসীম গুণোত্তর ধারা

যার ১ম পদ $a=\cdot231$ এবং সাধারণ অনুপাত $r=\dfrac{\cdot000231}{\cdot231}=\cdot001$

$$\therefore\ 1\cdot\dot{2}3\dot{1}=1+\frac{a}{1-r}$$

$$=1+\frac{\cdot231}{1-(\cdot001)}=1+\frac{231}{999}=\frac{410}{333}.$$

অনুশীলনী ৭

১. 1, 3, 5, 7, অনুক্রমটির 12 তম পদ কোনটি ?

ক. 12 খ. 13
গ. 23 ঘ. 25

২. কোনো অনুক্রমের n তম পদ = $\dfrac{1}{n(n+1)}$ এর ৩য় পদ কোনটি ?

ক. $\dfrac{1}{3}$ খ. $\dfrac{1}{6}$
গ. $\dfrac{1}{12}$ ঘ. $\dfrac{1}{20}$

৩. কোনো অনুক্রমের n তম পদ = $\dfrac{1-(-1)^n}{2}$ হলে 20 তম পদ কোনটি ?

ক. 0 খ. 1
গ. -1 ঘ. 2

৪ কোনো অনুক্রমের n তম পদ $Un = \frac{1}{n}$ এবং $Un < 10^{-4}$ হলে n এর মান হবে–

i. $n < 10^3$
ii. $n < 10^4$
iii. $n > 10^4$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক. iii খ. i ও iii
গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii

পাশের ধারাটি লক্ষ কর এবং (৫–৭) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও। $4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9}, \ldots\ldots\ldots\ldots$

৫. ধারাটির 10 তম পদ কোনটি ?
ক. $\frac{4}{3^{10}}$ খ. $\frac{4}{3^9}$
গ. $\frac{4}{3^{11}}$ ঘ. $\frac{4}{3^{12}}$

৬. ধারাটির ১ম 5 পদের সমষ্টি কত?
ক. $\frac{160}{27}$ খ. $\frac{484}{81}$
গ. $\frac{12}{9}$ ঘ. $\frac{20}{9}$

৭. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি কত?
ক. 0 খ. 5
গ. 6 ঘ. 7

৮। প্রদত্ত অনুক্রমের 10 তম পদ, 15 তম পদ এবং r তম পদ নির্ণয় কর :
(ক) 2, 4, 6, 8, 10, 12,...............
(খ) $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \ldots\ldots\ldots\ldots$
(গ) অনুক্রমটির n তম পদ $= \frac{1}{n(n+1)},\ n \in N$
(ঘ) $0, 1, 0, 1, 0, 1, \ldots\ldots\ldots\ldots$
(ঙ) $5, \frac{5}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{27}, \frac{5}{81}, \ldots\ldots\ldots\ldots$
(চ) অনুক্রমটির n তম পদ = $\frac{1-(-1)^{3n}}{2}$

৯। একটি অনুক্রমের n তম পদ $u_n = \frac{1}{n}$
(ক) $u_n < 10^{-5}$ হলে, n এর মান কিরূপ হবে ?
(খ) $u_n > 10^{-5}$ হলে, n এর মান কিরূপ হবে ?
(গ) u_n এর প্রান্তীয় মান (n যথেচ্ছ বড় হলে) সম্পর্কে কী বলা যায় ?

১০। গাণিতিক আরোহ পদ্ধতির সাহায্যে দেখাও যে, $r \neq 1$ হলে, গুণোত্তর ধারা

$a + ar + ar^2 + ar^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ এর n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = a \cdot \dfrac{1 - r^n}{1 - r}$

১১। প্রদত্ত অসীম গুণোত্তর ধারার (অসীমতক) সমষ্টি যদি থাকে, তবে তা নির্ণয় কর :

(ক) $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(খ) $\dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{5^2} + \dfrac{4}{5^3} - \dfrac{8}{5^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(গ) $8 + 2 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{32} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(ঘ) $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(ঙ) $\dfrac{1}{2} + \left(-\dfrac{1}{4}\right) + \dfrac{1}{8} + \left(-\dfrac{1}{16}\right) + \ldots\ldots\ldots\ldots$

১২। নিচের ধারাগুলোর প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $7 + 77 + 777 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

(খ) $5 + 55 + 555 + \ldots\ldots\ldots\ldots$

১৩। x -এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+1)^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ অসীম ধারাটির (অসীমতক) সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর।

১৪। প্রদত্ত পৌন:পুনিক দশমিকগুলোকে মূলদীয় ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\cdot\dot{2}\dot{7}$ (খ) $2\cdot\dot{3}0\dot{5}$ (গ) $\cdot0\dot{1}2\dot{3}$ (ঘ) $3\cdot0\dot{4}0\dot{3}$

১৫। একটি অনুক্রমের n তম পদ $Un = \dfrac{1}{n(n+1)}$

ক. ধারাটি নির্ণয় করে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর।

খ. ধারাটি 15 তম পদ এবং ১ম 10 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. ধারাটির অসীমতক সমষ্টি নির্ণয় কর এবং n এর মান যথেষ্ট ছোট হলে Un এর প্রান্তীয় মান সম্পর্কে কি বলা যায়?

১৬। নিম্নের ধারাটি লক্ষ কর :

$$\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{(2x+1)^2} + \frac{1}{(2x+1)^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ক. $x = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

খ. ক নং এ প্রাপ্ত ধারাটির 10তম পদ এবং ১ম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. x এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সমষ্টি নির্ণয় কর।